

PARADOXOS E PROBABILIDADES

O PROBLEMA DA COINCIDÊNCIA DOS ANIVERSÁRIOS

Ilydio Pereira de Sá

É um problema bastante interessante, cuja resposta costuma trazer susto e surpresa às pessoas e que já tem sido bastante explorado em alguns livros didáticos de matemática. O interessante é que pode ser aplicado em sala de aula como uma ótima introdução e motivação para o estudo das probabilidades.

Questão 1: Em um grupo de 8 pessoas, determine a probabilidade de que duas dessas pessoas, pelo menos, aniversariem no mesmo dia.

Solução:

Vamos primeiro determinar a probabilidade de que **todas as oito pessoas façam aniversários em datas diferentes** e depois, calcular o que se pede pelo complementar.

Vamos resolver pelo princípio multiplicativo (que é mais simples). Inicialmente vamos determinar o espaço amostral, ou seja, o número total de casos possíveis para os aniversários das 8 pessoas. $N(S) = 365 \cdot 365 \cdot 365 \cdot 365 \cdot 365 \cdot 365 \cdot 365 \cdot 365 = 365^8$.

Agora vamos determinar o número de casos favoráveis a esse evento ($n(E)$), ou seja, o número de possibilidades de todas as oito pessoas aniversariarem em datas distintas $N(E) = 365 \cdot 364 \cdot 363 \cdot 362 \cdot 361 \cdot 360 \cdot 359 \cdot 358$ (observe que 358 é igual a $365 - 8 + 1$ ou $366 - 8$).

Logo, a probabilidade que estamos procurando é:

$$p = \frac{365 \cdot 364 \cdot 363 \cdot 362 \cdot 361 \cdot 360 \cdot 359 \cdot 358}{365^8} = 0,9257$$

Isto significa que temos 92,57% de probabilidade de que as oito pessoas façam aniversários em datas distintas. Logo, aplicando a propriedade das probabilidades complementares, temos que $100\% - 92,57\% = 7,43\%$ é a probabilidade de que, ao menos duas das oito pessoas aniversariem na mesma data.

Este resultado é normal e provavelmente não lhe causou espanto. Mas, veja o que ocorre se tivéssemos um grupo de 30 pessoas...

Questão 2: Probabilidade de que as 30 pessoas façam aniversários em datas diferentes:

$$p = \frac{365 \cdot 364 \cdot 363 \cdot \dots \cdot 336}{365^{30}} \cong 0,29$$

(note que 336 corresponde a $365 - 30 + 1$ ou $366 - 30$)

Logo, a probabilidade de que, num grupo de 30 pessoas, duas delas fizessem aniversário no mesmo dia é de $100\% - 29\% = 71\%$. Ou seja, numa sala de 30 alunos, a probabilidade de dois alunos aniversariarem num mesmo dia é muito grande...acima de 70%...e aí as pessoas já começam a se assustar com o resultado...

Podemos generalizar o resultado obtido acima da seguinte maneira: **“Em um grupo de k pessoas, a probabilidade de haver pelo menos duas que façam aniversário no mesmo dia é de:**
$$p = 1 - \frac{365 \times 364 \times \dots \times (366 - k)}{365^k}$$

Comentário: Se você aplicar a fórmula acima para um grupo k = 50 pessoas, vai encontrar o surpreendente resultado de que a probabilidade de duas pessoas aniversariarem num mesmo dia é de 97%, ou seja, praticamente um evento certo de acontecer.

Abaixo fizemos uma tabela com a probabilidade desse fato acontecer, para alguns valores de k.

k pessoas =	Probabilidade =
5	3 %
10	12%
15	25%
20	41%
25	57%
30	71%
40	89%
45	94%
50	97%

Coisas dessa ciência maravilhosa, denominada matemática!

Um excelente exemplo para ser explorado em sala de aula...inclusive com o uso de calculadoras para a confirmação dos resultados dessa tabela.

“Para descontrair” O Matemático e o Motorista

Aquele matemático famoso estava a caminho de uma conferência quando o seu motorista comentou:

- Patrão, já ouvi tantas vezes a sua palestra que tenho certeza de que poderia fazê-lo no seu lugar, se o senhor ficasse doente.

- Isso é impossível!

- Quer apostar?!

E fizeram a aposta! Trocaram de roupa, e quando chegaram no local da conferência o motorista foi para a Tribuna enquanto o matemático instalou-se na última fila, como se fosse seu motorista.

Depois da palestra, começou a sessão de perguntas, que ele respondeu com precisão. No entanto, em certo momento, levantou-se um sujeito que apresentou uma questão difícilíssima, envolvendo probabilidades. Longe de entrar em pânico, ele saiu-se com esta:

- Meu jovem, essa pergunta é tão fácil... mas, tão fácil... que vou pedir para o meu motorista responder!