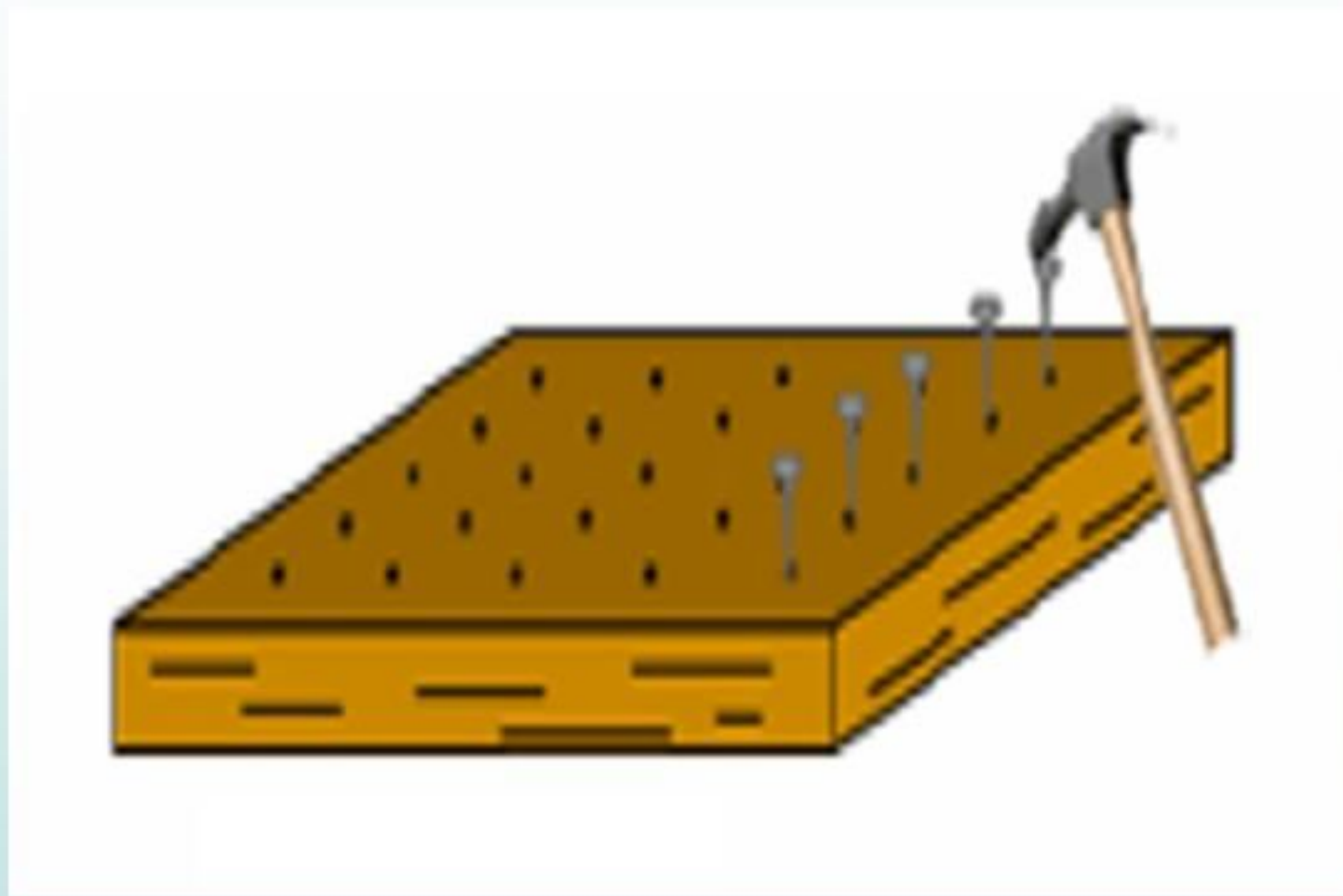


# Geoplano



Práticas Pedagógicas em Matemática 1 – UERJ  
Didática da Matemática – USS

Prof. Ilydio Pereira de Sá

# **GEOPLANO – UM IMPORTANTE RECURSO DIDÁTICO**

O geoplano é um material didático-pedagógico elaborado que auxilia os alunos a desenvolverem habilidades que possibilitem compreender de uma melhor forma vários conteúdos da disciplina de Matemática. Apesar de sua construção ser simples e de baixo custo, pode ser utilizado no ensino de análise combinatória, geometria plana, simetria, semelhanças, números racionais, irracionais e muitos outros conteúdos também das Séries Iniciais ao Ensino Médio.

Existem vários tipos de geoplano, tais como quadrado, circular, treliçado, oval e triangular. O geoplano mais utilizado é o quadrado construído com um pedaço de madeira na qual são fixados pequenos pregos, formando um reticulado (Figura 1). Pode-se explorar o geoplano utilizando atilhos de borracha ou barbantes.

**Geoplano quadrado**

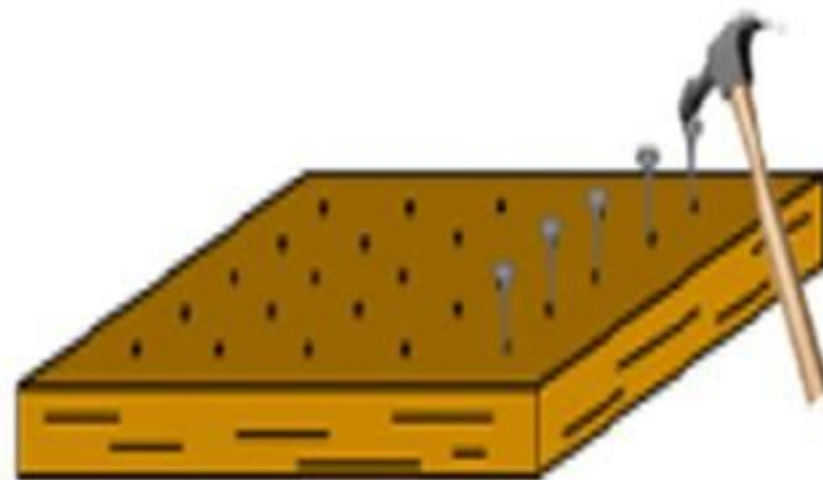


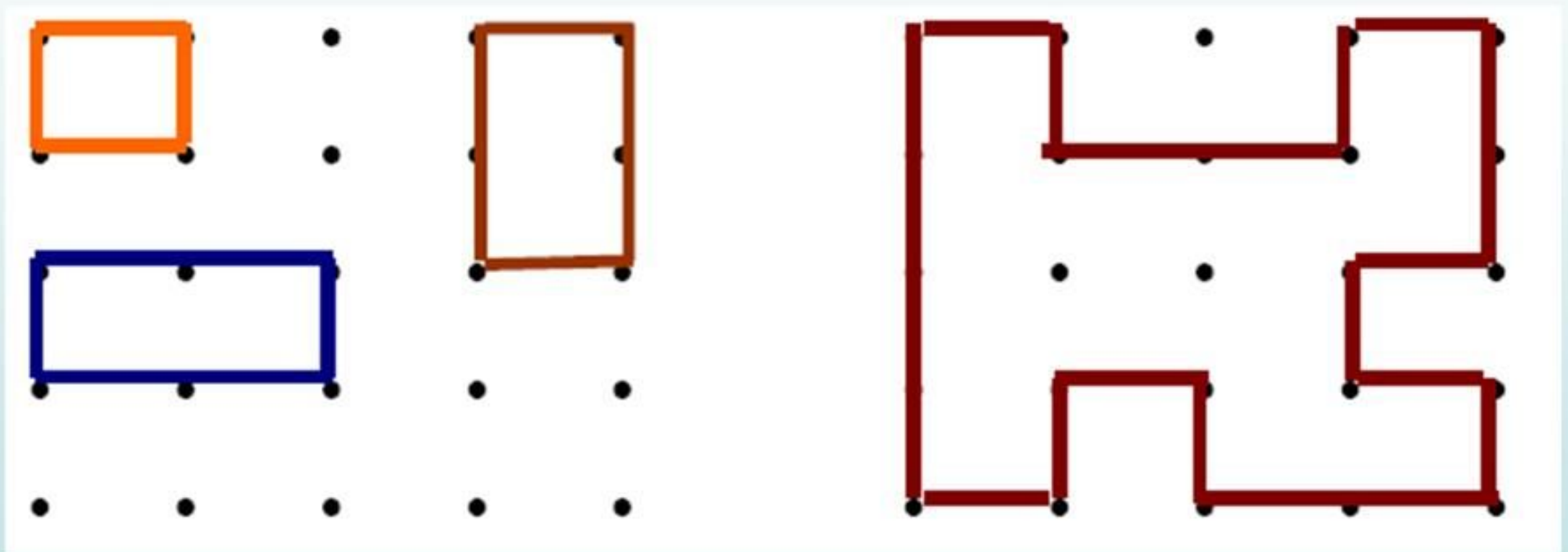
Figura 1

O Geoplano, além dos importantes conceitos matemáticos que pode explorar, tem também a característica de propiciar um desenvolvimento de um trabalho criativo, no qual todos participam de forma cooperativa, tornando o aprendizado muito mais significativo.

O geoplano é um modelo matemático que permite traduzir ou sugerir idéias matemáticas, constituindo-se em um suporte concreto para a representação mental, trazendo para o concreto idéias abstratas. O Geoplano foi criado pelo professor Caleb Gattegno, do Institute of Education, London University.

## Exemplos de algumas atividades iniciais com geoplano quadrado

1) Construir no geoplano, com os elásticos coloridos as representações abaixo e calcular os perímetros e as áreas das figuras obtidas. Faça o registro, no papel quadriculado, das suas descobertas.



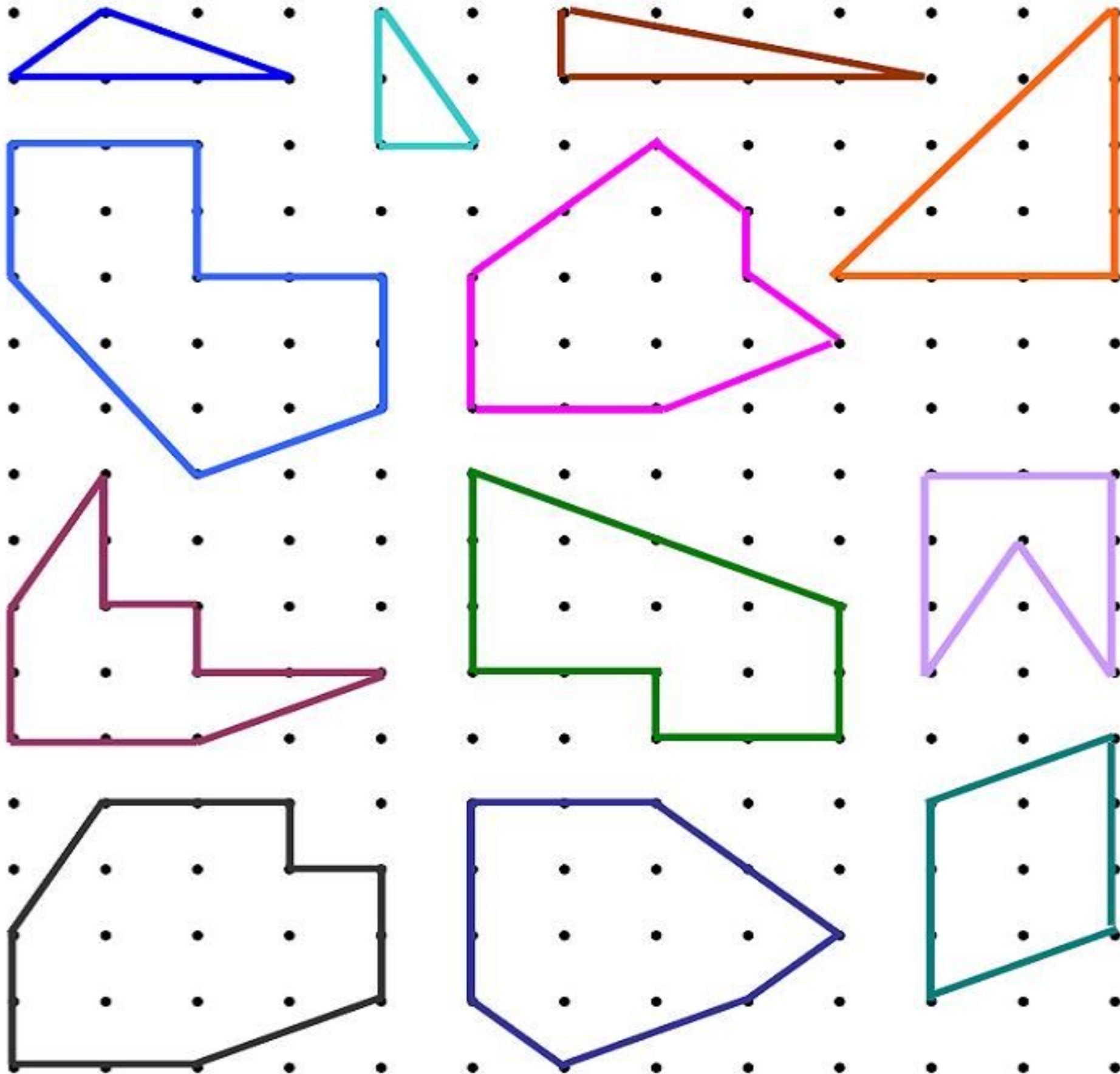
2) O perímetro da figura azul é maior ou menor do que o da figura verde?



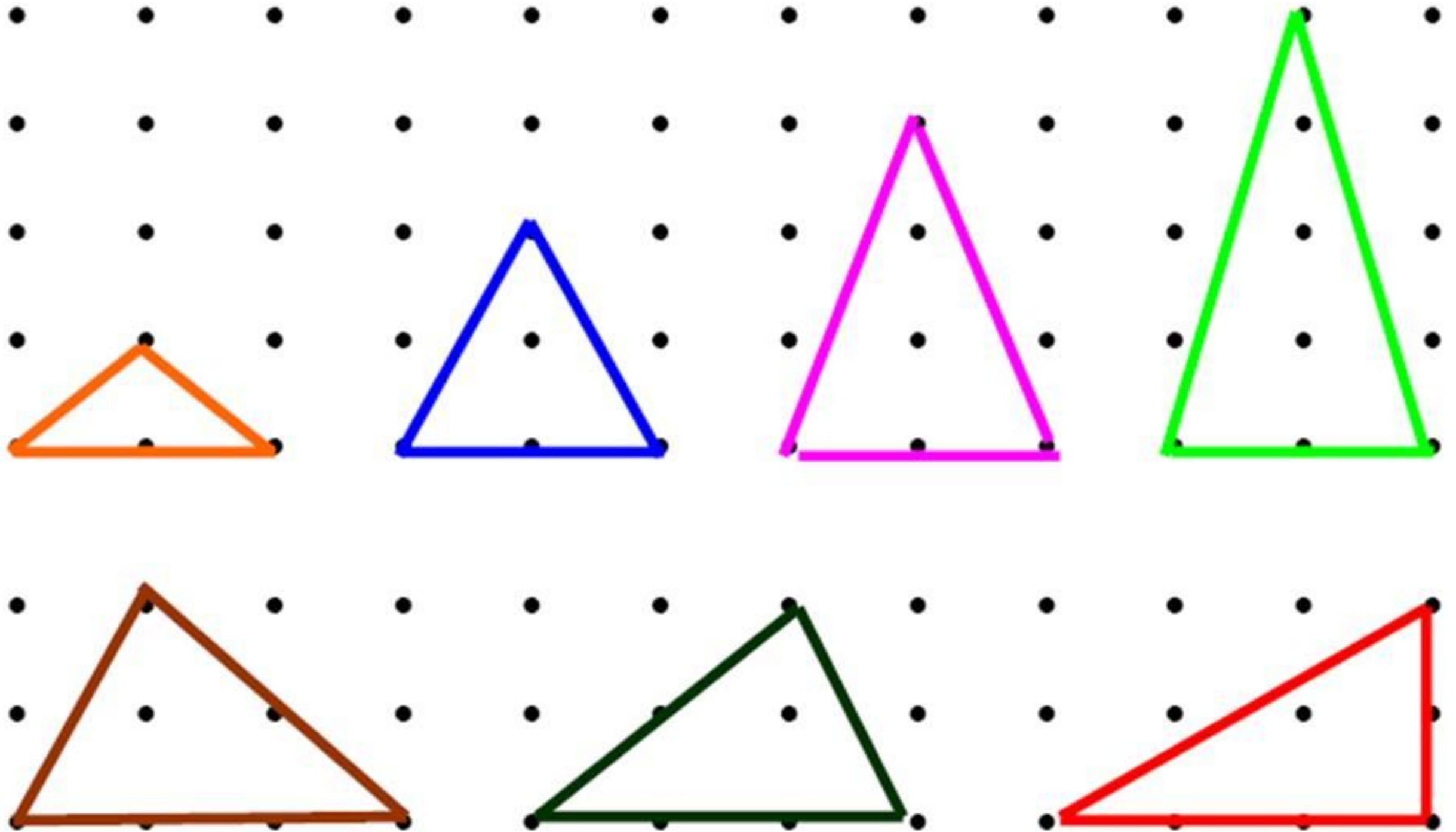
3) Construir no geoplano retângulos que tenham as medidas que estão especificadas na tabela e calcular suas áreas.

Figura	1	2	3	4	5	6	7
Medida do lado horizontal	4	3	4	1	3	3	3
Medida do lado vertical	2	4	3	4	2	1	3
Área do quadrilátero							

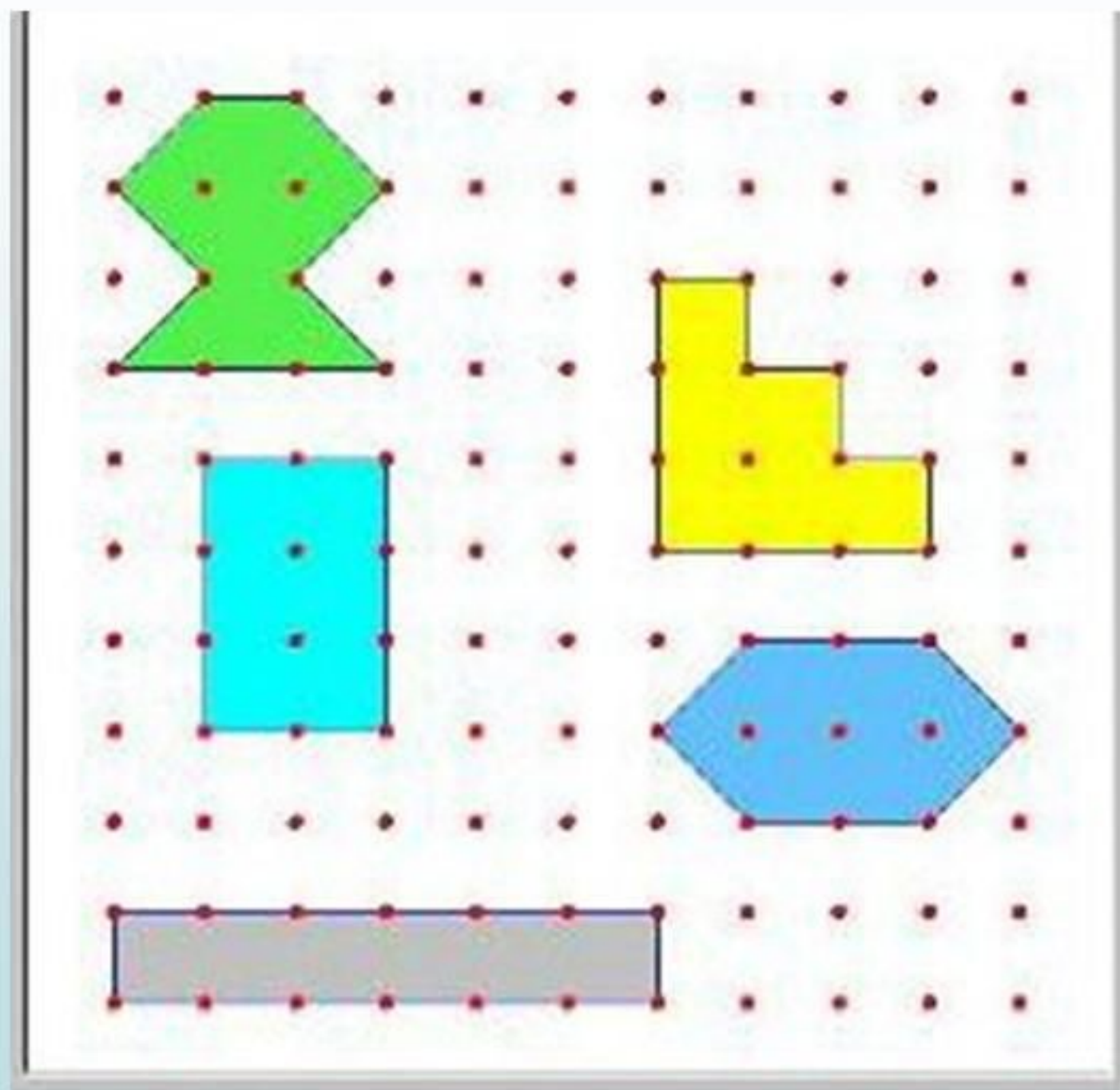
4) Construir no geoplano os polígonos a seguir e calcular suas áreas.



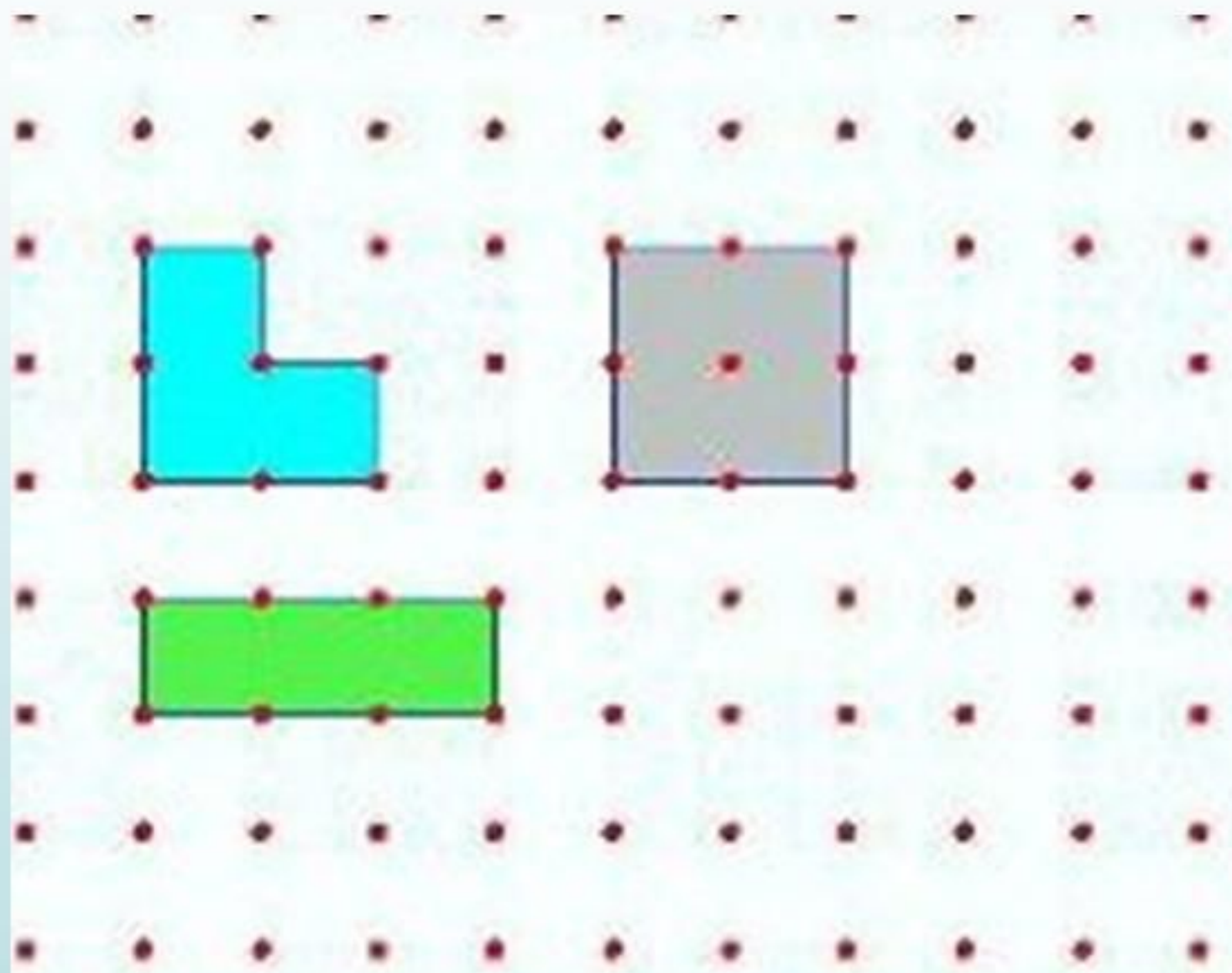
5) Construir no geoplano os triângulos abaixo representados. Calcule a área de cada um, identificando sua base e sua altura.



6) Constrói várias figuras com área igual a 6. Todas as figuras têm o mesmo perímetro? O que você pode concluir?



7) Constrói várias figuras com perímetro igual a 8. Todas as figuras têm a mesma área? O que você pode concluir?



## 8) ATIVIDADE COM O GEOPLANO: INVESTIGANDO ÁREAS (FÓRMULA DE PICK)

*Problema: Na figura está representado um hexágono construído num geoplano. Desenhe outras figuras, inicialmente com 8 pregos em sua fronteira (como na figura dada) e procure, através dessa quantidade de pregos no perímetro e também da quantidade de pregos no interior da figura, inferir uma fórmula que nos permita o cálculo da área da figura formada.*

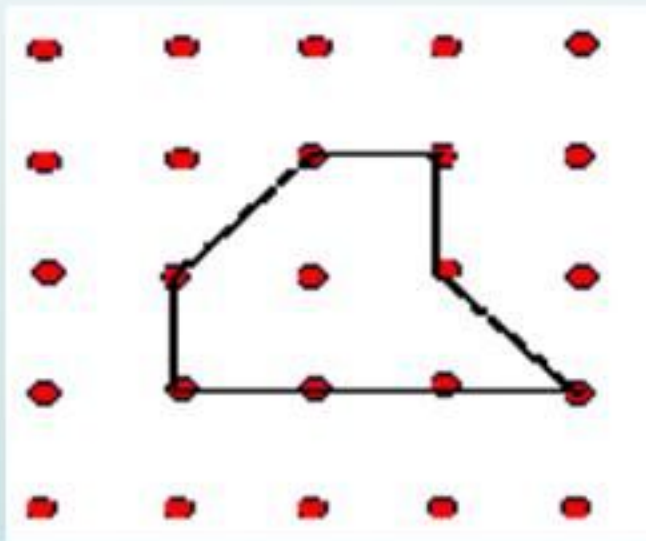
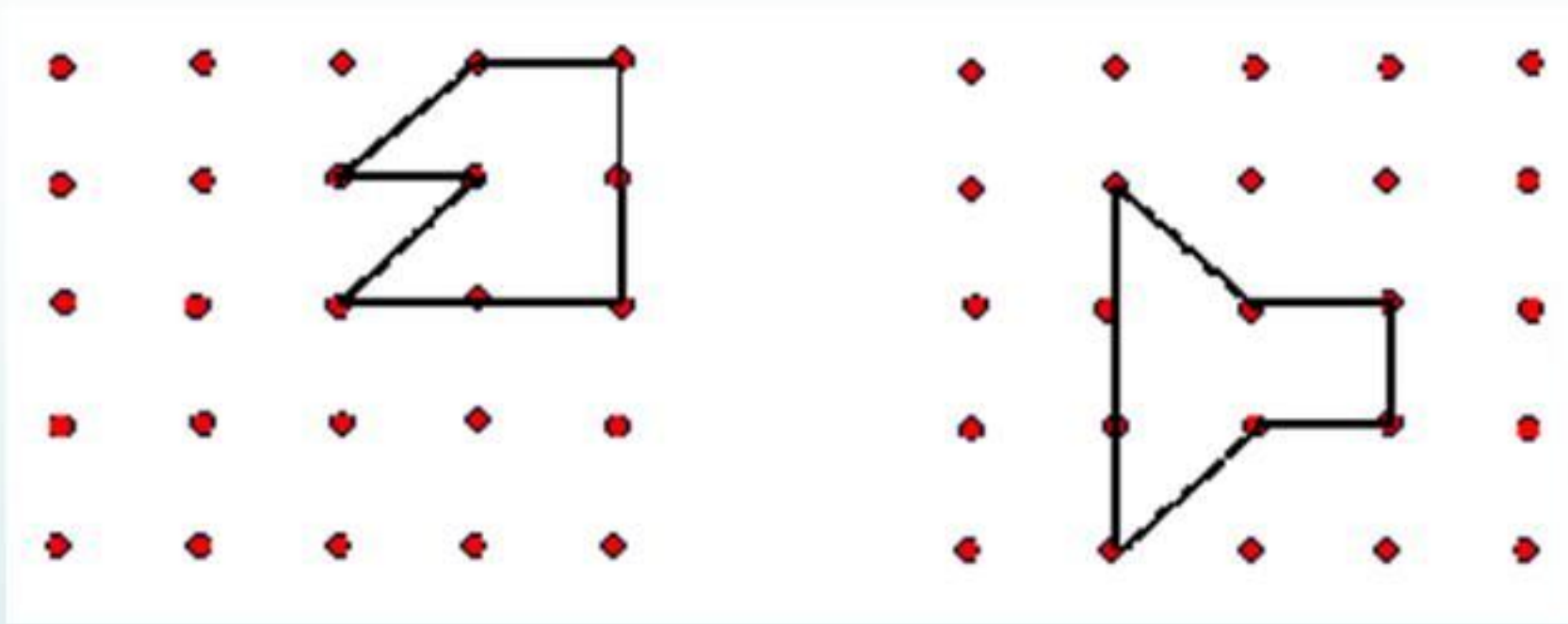


Figura 1:  
Pontos na fronteira: 8  
Pontos no interior: 1  
Área: 4

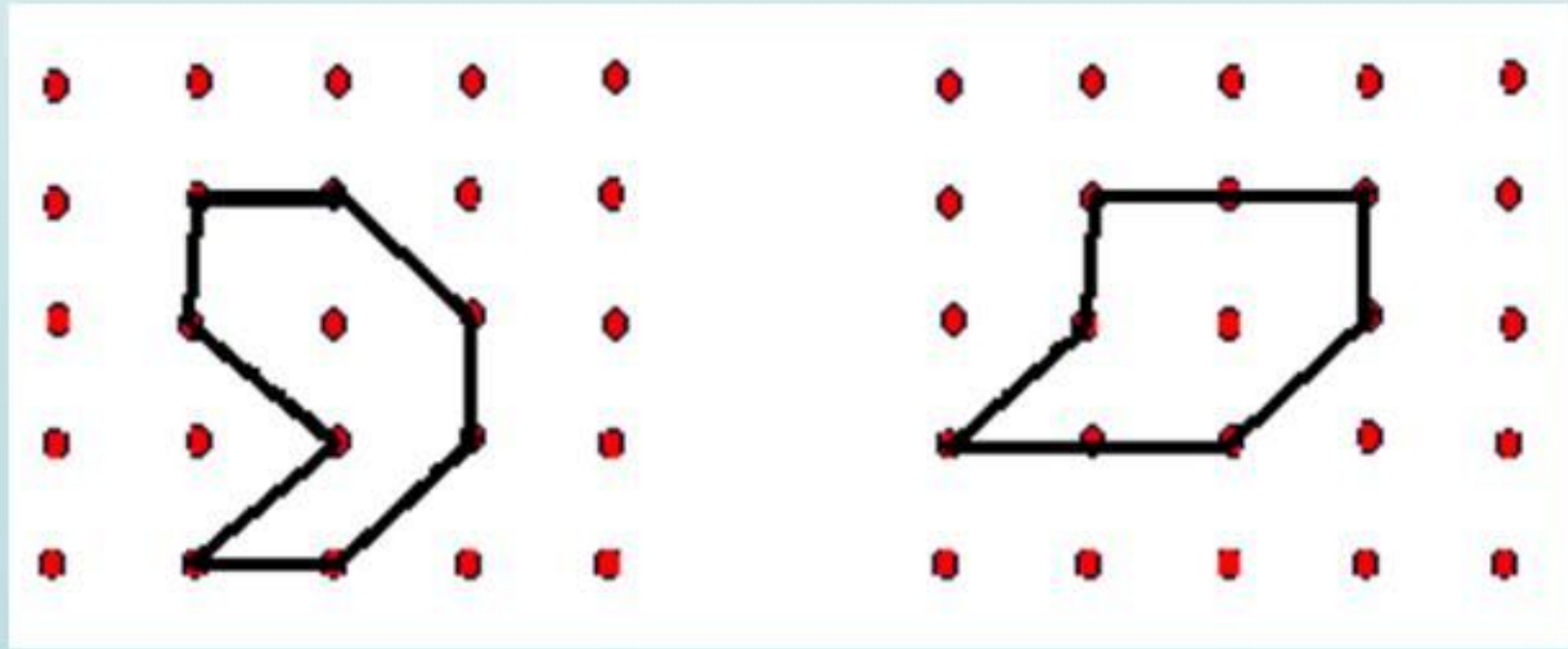
*Estratégia: Vamos construir vários polígonos (não entrecruzados), com 8 pregos na fronteira, variando a quantidade de pregos no interior. Para cada um deles determinaremos as áreas.*

**8 pontos na fronteira e 0 pregos no interior**



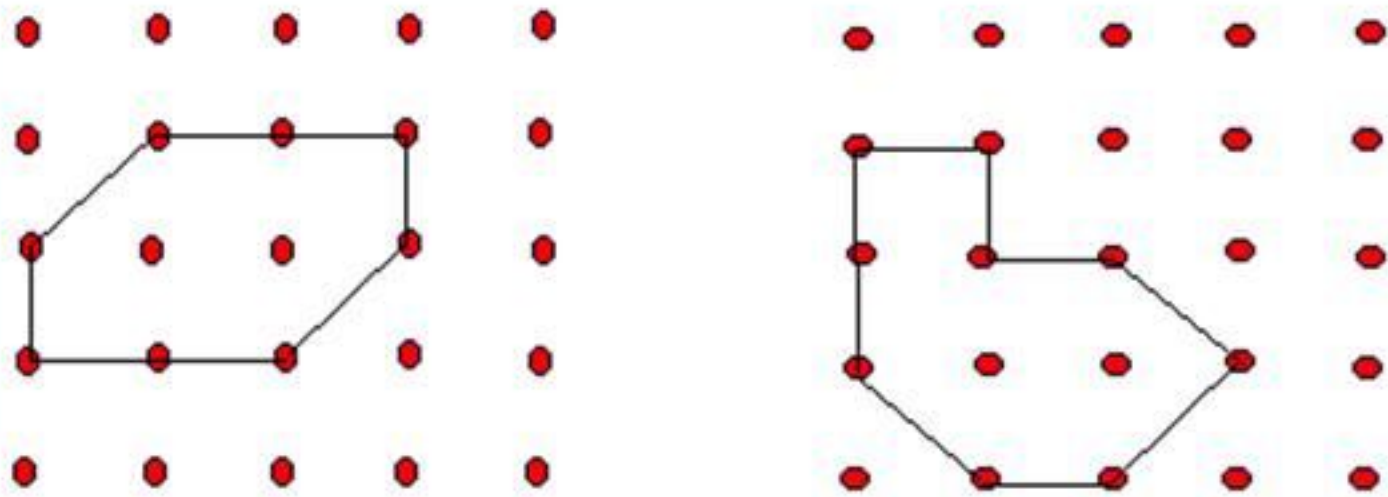
**Área igual a 3**

**8 pontos na fronteira e 1 prego no interior**



**Área igual a 4**

## 8 pontos na fronteira e 2 pregos no interior



Área igual a 5

Podemos resumir as nossas conclusões até agora:

8 pregos na fronteira								
Nº pregos no interior	0	1	2	3	4	5	6	7
Área	3	4	5	6	7	8	9	10

Continuando a investigação, com 9 pontos na fronteira, depois com 10 pontos na fronteira, etc... Você consegue inferir alguma generalização?

### 9 pregos na fronteira

Nº pregos no interior	0	1	2	3	4	5	6	7
Área	3,5	4,5	5,5	6,5	7,5	8,5	9,5	10,5

### 10 pregos na fronteira

Nº pregos no interior	0	1	2	3	4	5	6	7
Área	4	5	6	7	8	9	10	11

**Tente descobrir!**

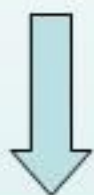
**Qual será a área do polígono com 14 pregos na fronteira e 6 pregos no interior?**



Uma pequena ajuda, caso você ainda não tenha descoberto a regra geral:

**1 prego no interior**

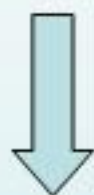
f	Área
8	4
9	4,5
10	5



$$A = \frac{f}{2} + 0$$

**2 pregos no interior**

f	Área
8	5
9	5,5
10	6



$$A = \frac{f}{2} + 1$$

**3 pregos no interior**

f	Área
8	6
9	6,5
10	7



$$A = \frac{f}{2} + 2$$

$$\text{Área} = \frac{\text{N}^\circ \text{ pregos na fronteira}}{2} + \text{n}^\circ \text{ pregos no interior} - 1$$

$$A = \frac{f}{2} + i - 1 \longrightarrow \text{Fórmula de Pick}$$

## A demonstração da Fórmula de Pick

Fato 1: A área de um triângulo reticulado primitivo (sem pontos interiores) é igual a  $\frac{1}{2}$ .

Fato 2: Qualquer polígono reticulado simples pode ser subdividido em  $2i + f - 2$  triângulos reticulados simples.



**Estudantes trabalhando e registrando com o Geoplano**

## **Referências:**

**KNIJINIK, G, BASSO, M.V E KLÜSENERM R.** Aprendendo e ensinando matemática com o geoplano. UNIJUI Ed. 1996.

<http://www.bienasbm.ufba.br/M11.pdf>

[http://paje.fe.usp.br/~labmat/edm321/1999/material/\\_private/geoplano.htm](http://paje.fe.usp.br/~labmat/edm321/1999/material/_private/geoplano.htm)