

# INDETERMINAÇÃO MATEMÁTICA: O PROBLEMA DOS TRÊS MARINHEIROS

Ilydio Pereira de Sá<sup>1</sup>

Nas aulas de matemática da Educação Básica, quase sempre os alunos são estimulados a procurarem as respostas “certas” e “únicas” dos problemas que lhe são propostos. Não é muito comum eles serem confrontados com situações onde o problema apresenta inúmeras soluções ou mesmo não apresenta solução alguma. O professor Júlio César de Mello e Souza, o Malba Tahan, em seu famoso livro “O Homem que Calculava”, nos apresenta um singular problema que poderia ser incluído entre os problemas indeterminados da matemática elementar. Trata-se do problema dos três marinheiros que, se não fosse uma informação adicional colocada no texto, apresentaria inúmeras soluções. Malba Tahan apresentou a resposta do problema mas não fez um estudo detalhado sobre como chegarmos até ela. Ele fazia isso com frequência, com o intuito de forçar o leitor a pensar e a refletir sobre a questão proposta. Alguns problemas ele voltava a comentar em outros livros de caráter mais didático, como fez com o problema dos 35 camelos, cuja solução completa foi apresentada em seu “Antologia da Matemática, vol. 1”.

Nesse artigo vamos apresentar o problema dos três marinheiros, a resposta dada por Malba Tahan e um possível desenvolvimento matemático para chegarmos a essa resposta. Trata-se de uma questão muito interessante e que pode ser usada com grande sucesso nas aulas do Ensino Fundamental.

## O Problema dos três marinheiros.

*“... E o príncipe Cluzir Schá narrou o seguinte: - Um navio que voltava de Serendibe, trazendo grande partida de especiarias, foi assaltado por violenta tempestade. A embarcação teria sido destruída pela fúria das ondas se não fosse a bravura e o esforço de três marinheiros que, no meio da tormenta, manejaram as velas com extrema perícia.*

*O comandante, querendo recompensar os denodados marujos, deu-lhes certo número de catis. Esse número, superior a duzentos, não chegava a trezentos. As moedas foram colocadas numa caixa para que no dia seguinte, por ocasião do desembarque, o almoxarife as repartisse entre os três corajosos marinheiros.*

*Aconteceu, porém, que, durante a noite, um dos marinheiros acordou, lembrou-se das moedas e pensou: “Será melhor que eu tire a minha parte. Assim não terei ocasião de discutir ou brigar com os meus amigos”. E, sem nada dizer aos companheiros, foi, pé ante pé, até onde se achava guardado o dinheiro, dividiu-o em três partes iguais, mas notou que a divisão não era exata e que sobrava um catil. “Por causa desta mísera moedinha é capaz de haver amanhã discussão e rixa. O melhor é jogá-la fora.” E o marinheiro atirou a moeda ao mar, retirando-se, cauteloso. Levava a sua parte e deixava no mesmo lugar a que cabia aos companheiros. Horas depois, o segundo marinheiro teve a mesma idéia. Foi à arca em que se depositara o prêmio coletivo e dividiu-o em três partes iguais.*

*Sobrava uma moeda. Ao marujo, para evitar futuras dúvidas, veio à lembrança atirá-la ao mar. E dali voltou levando consigo a parte a que se julgava com direito. O terceiro marinheiro, ignorando, por completo, a antecipação dos colegas, teve o mesmo alvitre. Levantou-se de madrugada e foi, pé ante pé, à caixa dos catis. Dividiu as moedas que lá encontrou em três partes iguais; a divisão não foi exata. Sobrou um catil. Não querendo complicar o caso, o marujo atirou ao mar a moedinha excedente, retirou a terça parte para si e voltou tranqüilo para o seu leito.*

*No dia seguinte, na ocasião do desembarque, o almoxarife do navio encontrou um punhado de catis na caixa. Soube que essas moedas pertenciam aos três marinheiros. Dividiu-as em três partes iguais, dando a*

---

<sup>1</sup> Mestre em Educação Matemática, professor da Universidade Severino Sombra, professor da Universidade do Estado do Rio de Janeiro e autor dos livros: “A Magia da Matemática: Atividades Investigativas, Curiosidades e Histórias da Matemática” (Ed. Ciência Moderna) e “Matemática Comercial e Financeira para Educadores Matemáticos” (Ed. Sotese)

*cada um dos marujos uma dessas partes. Ainda dessa vez a divisão não foi exata. Sobrava uma moeda, que o almoxarife guardou como paga do seu trabalho e de sua habilidade. É claro que nenhum dos marinheiros reclamou, pois cada um deles estava convencido de que já havia retirado da caixa a parte que lhe cabia do dinheiro. Pergunta-se, afinal: Quantas eram as moedas? Quanto recebeu cada um dos marujos?"*

**In: "O Homem que Calculava, de Malba Tahan, editora Record"**

Solução apresentada por Malba Tahan:

O 1º marinheiro dividiu-as em três partes iguais; jogou um catil ao mar e levou um terço de 240, - dividindo 241 por 3 dá sobra 1 - isto é, 80 moedas, deixando 160. O 2º marinheiro encontrou, portanto, 160; jogou uma moeda no mar e dividiu as restantes (159) em três partes. Retirou uma terça parte (53) e deixou, de resto, 106. O 3º marinheiro encontrou, na caixa, 106 moedas, dividiu esse resto em três partes iguais, deitando ao mar a moeda que sobrava. Retirou uma terça parte de 105, isto é, 35 moedas, deixando um resto de 70.

O almoxarife encontrou 70 moedas; retirou uma e dividiu as 69 restantes em três partes, cabendo, dessa forma, um acréscimo de 23 moedas a cada um dos marujos. A divisão foi, portanto, a seguinte:

1º marujo  $(80 + 23) = 103$ ; 2º marujo  $(53 + 23) = 76$ ; 3º marujo  $(35 + 23) = 58$ ; Almoxarife = 1  
Atiradas ao mar = 3. Total = 241 moedas.

Mas como foi que o calculista chegou a esse resultado?

Malba Tahan, ao final do livro, nos comentários sobre os problemas, diz que para essa questão usou a fórmula  $M = 81k - 2$ , onde  $M$  representa o número de moedas da caixa e  $k$  é um parâmetro natural não nulo, ou seja, que pode assumir os valores 1, 2, 3, 4, .... No livro, *com o intuito de deixar o problema com uma única solução possível*, foi dada a informação de que o número de moedas deveria estar entre 200 e 300. Nesse caso, basta substituímos  $k$  por 3 para obtermos as 241 moedas da solução.

Investigando sobre a expressão proposta pelo ilustre matemático, que não é uma questão muito óbvia, nos deparamos com um excelente exercício de álgebra. Vejamos:

Sejam:

$M =$  total de moedas na caixa

$a =$  parte do 1º marinheiro

$b =$  parte do 2º marinheiro

$c =$  parte do 3º marinheiro

$r =$  restante final, que fora subdivido pelo almoxarife.

Sabemos que  $M$  foi dividido, pelo 1º marinheiro, em três partes iguais, e que uma moeda foi lançada fora.

Logo,  $a = \frac{M - 1}{3}$  ou  $M = 3a + 1$ .

Como o 1º marinheiro retirou a parte dele, ou seja,  $a$ , ficaram ainda duas partes iguais àquela ( $2a$ ). Como o segundo marinheiro voltou a dividir essa parte restante por três, jogando uma moeda fora, temos que a parte que ficou para esse marinheiro pode ser expressa por  $b = \frac{2a - 1}{3}$  ou ainda que  $2a = 3b + 1$ . Seguindo

analogamente esse raciocínio até a divisão final, formaremos o seguinte sistema linear:

$$\begin{cases} M = 3a + 1 \\ 2a = 3b + 1 \\ 2b = 3c + 1 \\ 2c = 3r + 1 \end{cases}$$

Escrevendo  $a$ ,  $b$  e  $c$  em função de  $r$ , e, finalmente,  $M$  em função de  $r$ , após algumas contas teremos obtido:

$$M = \frac{81r + 65}{8}$$

Não sabemos o valor de  $r$ , mas sabemos que tal expressão deve gerar um número natural não nulo. Trabalhando mais um pouco a expressão obtida, teremos:

$$M = \frac{1}{8}(81r + 65)$$

$$M = \frac{1}{8}(80r + r + 64 + 1)$$

$$M = 10r + \frac{r}{8} + 8 + \frac{1}{8}$$

$$M = 10r + 8 + \frac{1}{8}(r + 1)$$

A expressão obtida vai acarretar que  $r + 1$  deve ser múltiplo de 8, ou seja:  $r + 1 = 8k$  ( $k$  natural não nulo)

Fazendo, agora,  $r = 8k - 1$ , e substituindo na expressão obtida, teremos:

$$M = 10r + 8 + \frac{1}{8}(r + 1)$$

$$M = 10 \cdot (8k - 1) + 8 + \frac{1}{8}(8k - 1 + 1)$$

$$M = 80k - 10 + 8 + k$$

$$M = 81k - 2$$

Verifique que obtivemos exatamente a expressão apresentada por Malba Tahan em seu livro. É claro que diversas outras respostas atenderiam ao problema *caso não existisse a condição de que o número de moedas deveria estar entre 200 e 300*. O problema seria considerado, então, *indeterminado*. Por exemplo, se fizermos  $k = 10$ , teremos a resposta  $M = 81 \cdot 10 - 2 = 808$  moedas. Verifique, acompanhando a história dos marinheiros, que tal resposta também atenderia ao interessantíssimo problema.