

Errata do livro “A Magia da Matemática”, pág. 136

As três primeiras linhas do texto (que estão em negrito) não aparecem no livro. Segue o texto completo:

e. Em que dia da semana você nasceu?

No sábado, dia 22 de julho de 2006, eu assistia ao programa Caldeirão do Huck, da Rede Globo de televisão quando, numa certa parte do programa, apareceu um rapaz de São Paulo que foi apresentado como o brasileiro possuidor da melhor memória. Ele representaria o Brasil num campeonato mundial de memorização. Esse rapaz, além da proeza de uma memória bem treinada, mostrou um truque que surpreendeu a todos: ele era capaz de descobrir o dia da semana correspondente a uma data qualquer que as pessoas escolhessem. O programa, muito bem produzido, colocou no telão um software que, após a pessoa ter escolhido uma data qualquer, mostrava o calendário do mês e do ano escolhidos, destacando o dia mencionado pela pessoa. O rapaz, com uma venda colocada nos olhos, acertou todos.

Na entrevista que deu ao apresentador do programa, o rapaz comentou que essa atividade não se tratava tanto de memória, mas sim de um cálculo que ele efetuava e que envolvia o número 7.

Lembrei que já tinha visto vários truques similares e que na Internet existem diversos sites com softwares onde você digita uma data qualquer e imediatamente aparece o dia da semana correspondente. Algumas calculadoras financeiras também têm programas prontos (função “calendário”) que fazem o mesmo. O que me ocorreu na hora é que, normalmente, a justificativa do método usado não é dada. As pessoas seguem certas “regrinhas” decoradas e conseguem descobrir os dias da semana desejados, que são normalmente datas de nascimento, casamento etc.

Após alguma pesquisa e com a fundamental ajuda do meu filho Vinícius, apresento aqui uma dessas “regrinhas”, acompanhada de sua justificativa matemática. Aos professores informo que é mais uma excelente atividade para sala de aula, envolvendo novamente a aritmética modular (congruência módulo 7).

Vejamos a regra prática, alguns exemplos e, finalmente, a explicação. O procedimento que escolhemos funciona para datas entre 1900 e 2399 (devido a uma particularidade dos anos bissextos terminados em “00”). Com algumas modificações, contudo, pode ser adaptado para atender quaisquer datas.

1. Calcule quantos anos se passaram desde 1900 até o ano em que você nasceu. Por exemplo, se você nasceu em 1980, irá anotar **80**. Vamos chamar essa quantidade de **A**.
2. Calcule quantos 29 de fevereiro existiram depois de 1900 e antes da data considerada. Para isso devemos dividir por 4 o valor A, sem considerar o resto da divisão. Vamos chamar essa quantidade de B.

Caso o ano da data considerada seja bissexto, devemos considerar dois casos:

- 2.1 se a data for até 29 de fevereiro, consideramos o valor $B - 1$ (pois o 29 de fevereiro ainda não passou).
- 2.2 se a data for após 29 de fevereiro, consideramos o próprio valor B, como fazemos para os anos não bissextos.

Cabe lembrar que para verificar se um ano é bissexto procedemos da seguinte forma: caso o ano não termine por 00, é só verificar se ele é múltiplo de 4. Por exemplo, 2008 é bissexto pois é múltiplo de 4. Caso termine em 00, o ano precisa ser múltiplo de 400. Por exemplo, 2000 foi um ano bissexto pois é múltiplo de 400.

3. Considerando o mês do nascimento, obtenha o número associado a ele, que está na tabela logo abaixo. Procure o mês e anote o número que está ao lado dele. Vamos chamar esse número de **C**.
4. Considere o dia do nascimento (**x**). Calcule $x - 1$, que vamos chamar de **D**.

Janeiro	0	Julho	6
Fevereiro	3	Agosto	2
Março	3	Setembro	5
Abril	6	Outubro	0
Maiο	1	Novembro	3
Junho	4	Dezembro	5

5. **Some** agora os quatro números que você obteve nas etapas anteriores (**A + B + C + D**). Divida essa soma obtida por sete (7) e verifique o valor do **resto** dessa divisão.
6. Finalmente, procure esse resto na tabela abaixo. Você terá o dia da semana do seu nascimento ou de qualquer outra pessoa que queira descobrir.

SEGUNDA-FEIRA	0
TERÇA-FEIRA	1
QUARTA-FEIRA	2
QUINTA-FEIRA	3
SEXTA-FEIRA	4
SÁBADO	5
DOMINGO	6

Vejamos um exemplo. Vamos imaginar uma pessoa que tenha nascido em 16 de fevereiro de 1918. Qual foi o dia da semana?

1. **18** (1918 – 1900), logo, **A = 18**
2. $18:4 = 4$ (desconsidere o resto), logo, **B = 4**. Como 1918 não foi ano bissexto, usaremos o próprio valor B.
3. O mês é Fevereiro, então **C = 3** (ver na tabela)
4. **x = 16** (dia do nascimento), logo, **D = 15** ($x - 1$)
5. Somando os quatro números, teremos $18 + 4 + 3 + 15 = 40$. $40 : 7 = 5$ e resto **5**. Na tabela o **5** é um **SÁBADO**.

Só para conferir, fomos procurar um calendário de 1918, destacando o mês de fevereiro. Veja que o dia 16 foi realmente um **SÁBADO**.

Fevereiro - 1918						
D	S	T	Q	Q	S	S
					1	2
3	4	5	6	7	8	9
10	11	12	13	14	15	16
17	18	19	20	21	22	23
24	25	26	27	28		

Interessante, não?

Justificativa matemática:

Fato número 1. O algoritmo (regrinha) que foi montado partiu do fato de que o dia 1º de janeiro de 1900 foi uma segunda-feira (0, na tabela). Todos os passos que foram colocados na regra prática visam determinar o “deslocamento”, na seqüência de dias da semana, que a data procurada tem em relação àquela segunda-feira, 01/01/1900, que é nosso “ponto de partida”.

Fato número 2. Cada ano de 365 dias vê seu primeiro de janeiro “afastado” de uma posição para a direita no ciclo dos dias da semana (segunda, terça, quarta, quinta, sexta, sábado, domingo, segunda, etc.) em relação ao dia-da-semana em que caiu o primeiro de janeiro do ano anterior. Isto porque 365 dividido por 7 deixa resto 1. Quando a pessoa faz a diferença entre o ano de seu nascimento e o ano 1900, está descobrindo quantos “afastamentos”, ou deslocamentos, essa data primeira sofreu em relação ao àquela 01/01/1900. Quando descobrimos, na fase seguinte, a quantidade de anos bissextos (ao dividir o resultado anterior por 4), estamos acrescentando o deslocamento adicional de mais uma “casa”, no ciclo de dias da semana, para cada ano bissexto considerado. Isto porque os anos bissextos afastam o primeiro de janeiro do ano seguinte não em 1 “casa”, mas em 2, já que 366 deixa resto 2 quando dividido por 7.

Os dois primeiros passos do processo serviram apenas para localizar o dia 1º de janeiro do ano considerado, ou seja, até aqui apenas o **ANO** da data desejada foi considerado. Agora é a vez de acrescentarmos os deslocamentos gerados pelo mês e pelo dia da data procurada.

Fato número 3 – Se todos os meses do ano tivessem 28 dias (que gera resto zero ao ser dividido por 7), todos os meses teriam o seu dia primeiro exatamente no mesmo dia da semana que o primeiro de janeiro do ano considerado. Mas como temos meses com mais de 28 dias, todos esses meses (transcorridos de janeiro até o mês considerado) “empurram” o seu dia primeiro um certo número de “casas” adiante no ciclo dos dias da semana. A tabela criada para o nosso algoritmo está relacionada à aritmética modular, ou seja, à congruência módulo 7.

Vejamos como surgiram os números da tabela.

Janeiro é a nossa referência, logo não há qualquer afastamento em relação a ele próprio (não há qualquer mês antes dele, empurrando seu dia primeiro para a direita, no ciclo, em relação ao próprio 1º de janeiro do ano em questão). Por isso, na tabela dada, ao lado do mês de janeiro, temos o número zero. Como o mês de **janeiro** tem 31 dias e 31 dividido por 7 deixa resto 3, esse mês vai “empurrar” o primeiro dia do mês seguinte 3 “casas” para a direita em relação ao primeiro de janeiro daquele ano. Por isso, o mês de **fevereiro** recebe o número 3 na tabela.

Como **fevereiro** tem 28 dias e 28 dividido por 7 deixa resto 0, esse mês não irá acrescentar qualquer “deslocamento” adicional ao mês seguinte. Logo, o primeiro dia do mês de **março** cairá no mesmo dia da semana que o primeiro de fevereiro daquele ano, ou seja, será deslocado apenas das mesmas 3 “casas” para a direita, em relação ao primeiro de janeiro daquele ano, que o dia primeiro de fevereiro foi. Por isso, na tabela dada, o mês de **março** também tem o número 3.

Como **março** tem 31 dias e 31 dividido por 7 deixa resto 3, esse mês vai “empurrar” os dias do mês seguinte um total de $(3 + 0 + 3)$ “casas” para a direita, já que como num dominó em cascata, esses deslocamentos são cumulativos. Por isso na tabela, o mês de **abril** tem o número 6.

Como **abril** tem 30 dias e 30 dividido por 7 deixa resto 2, esse mês vai “empurrar” os dias do mês seguinte um total de $(3 + 0 + 3 + 2)$ “casas”, mas como a semana só tem 7 dias, na congruência módulo 7 o número 8 corresponde ao 1 ($8 : 7 = 1$ e **resto 1**). Isto é, avançar oito “casas” no ciclo de dias da semana é o mesmo que avançar uma “casa” apenas. Por isso o mês de **maio** na tabela tem o número 1.

Assim por diante, justificam-se facilmente os números que estão ao lado dos outros meses.

Os passos que demos até aqui determinaram a quantidade de “casas” em que o primeiro dia do mês da data considerada está adiante, no ciclo dos dias da semana, do dia primeiro de janeiro de 1900. Precisamos agora, para finalizar, determinar a quantidade de deslocamentos necessários para atingirmos o exato **dia** procurado. Ora, se localizamos o dia 1 e queremos localizar o dia **x** de um determinado mês, precisamos ainda de um deslocamento correspondente a $(x - 1)$ “passos”. Veja, por exemplo, se a data procurada fosse o dia 4 de um determinado mês, teríamos ainda mais $3 = 4 - 1$ deslocamentos à direita no ciclo de dias da semana. Se o dia primeiro daquele mês caiu numa terça-feira, por exemplo, o dia 4 cairá numa sexta-feira (que está, evidentemente, 3 “casas” adiante de terça-feira, no ciclo). É claro que a soma dos quatro números obtidos nas etapas do processo terá sempre de ser dividida por 7, pois são sete os dias da semana e o ciclo se repete sempre.

Essa atividade, ou brincadeira, ou truque é um outro exemplo interessante do que chamamos de **congruência módulo k**, que nesse caso é igual a 7. Lembro ainda que em algumas atividades mostradas no capítulo do tratamento da informação (como no caso do CPF das pessoas), já havíamos usado a congruência módulo 11.

Que tal mais um exemplo?

Vamos descobrir em qual dia da semana caiu o Natal do ano 2000. Abaixo todos os passos do processo.

1. **100** (2000 – 1900). **A = 100**

2. $100 : 4 = 25$ (“dias 29 de fevereiro transcorridos!”) **B = 25**. (Mesmo 2000 tendo sido um ano bissexto, não precisa subtrair 1 pois essa data é posterior a 29 de fevereiro). Se fosse uma data antes de 29 de fevereiro, esse valor obtido aqui (B) teria de ser subtraído de 1.

3. Mês dezembro, na tabela = **5**. **C = 5**

4. Natal = dia **25**, $x = 25$, logo **D = 24** ($x - 1$)

Somando $A + B + C + D$, teremos: $100 + 25 + 5 + 24 = 154$. Calculando o resto da divisão por 7. $154 : 7 = 22$, resto **0**. Na tabela, temos **0 = 2ª feira**.

Vejamos o calendário de dezembro de 2000:

Dezembro - 2000						
D	S	T	Q	Q	S	S
					1	2
3	4	5	6	7	8	9
10	11	12	13	14	15	16
17	18	19	20	21	22	23
24	25	26	27	28	29	30
31						

O rapaz que compareceu ao programa de TV devia usar essa regra ou outra semelhante e só teve que decorar a tabela dos meses e, é claro, ter facilidade para cálculo mental.